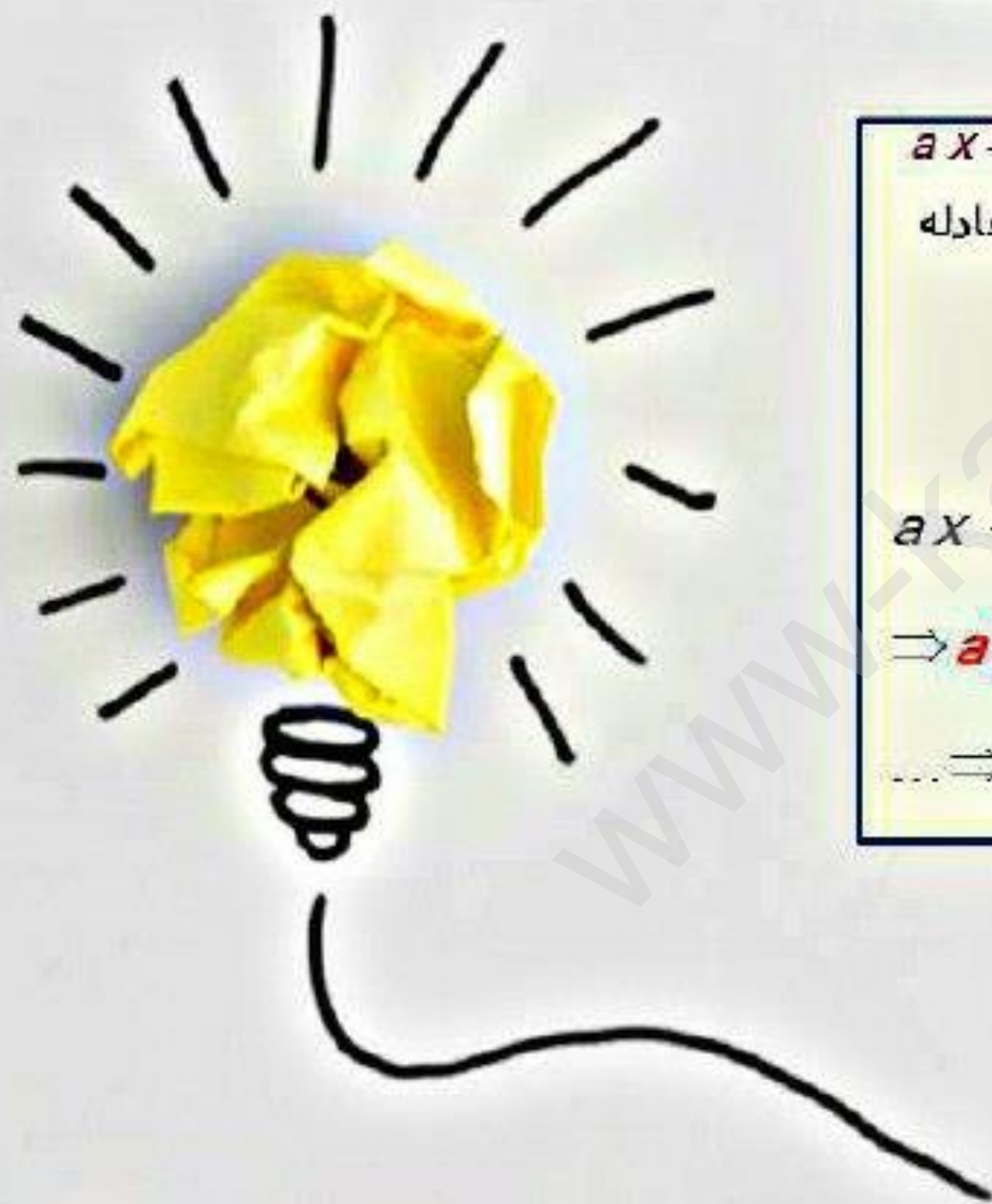




معادله سیاله



تعریف : هرگاه بخواهیم جواب های معادله $ax + by = c$ یعنی x و y را در اعداد صحیح بیابیم ، این معادله را معادله سیاله می نامیم.

تبدیل به معادله هم نهشتی :

$$ax + by = c \Rightarrow ax - c = (-b)y \Rightarrow b \mid ax - c$$

$$\Rightarrow ax \overset{b}{=} c$$

$$\dots \Rightarrow by \overset{a}{=} c$$



سوال ۱ :

می خواهیم ۵۱ کیلو شکر را در کیسه های ۲ کیلویی و ۵ کیلویی بسته بندی می کنیم.

این کار به چند روش امکان پذیر است؟

۴ (۱)

۶ (۲)

۵ (۳)

۷ (۴)

آزمون قلم چی سال ۹۷



پاسخ : گزینه ۲

$$2X + 5Y = 51 \Rightarrow 5Y = 51 \Rightarrow 5Y \equiv 51 \Rightarrow Y \equiv 1$$

$$2X + 5(2k + 1) = 51 \Rightarrow 2X = -10k + 46$$

$$\Rightarrow X = -5k + 23$$

$$\left. \begin{array}{l} X \geq 0 \Rightarrow -5k + 23 \geq 0 \Rightarrow k \leq \frac{23}{5} \\ Y \geq 0 \Rightarrow 2k + 1 \geq 0 \Rightarrow k \geq -\frac{1}{2} \end{array} \right\} \xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} 0 \leq k \leq 4$$

پس این کار به ۵ روش ممکن است.



سوال ۲ :

مجموع ارقام بزرگترین عدد طبیعی دو رقمی y که در معادله سیاله $8x + 11y = 9$ صدق می کند، کدام است؟

۱۵ (۱)

۱۶ (۲)

۱۷ (۳)

۱۸ (۴)

آزمون قلم چی سال ۹۷



پاسخ : گزینه ۴

$$8X + 11Y = 9 \Rightarrow 11Y \equiv 9 \Rightarrow 3Y \equiv 9 \xrightarrow[\substack{\div 3 \\ (8,3)=1}]{\substack{\wedge \\ \wedge}} Y \equiv 3$$

$$\Rightarrow Y = 8K + 3$$

$$Y < 100 \Rightarrow 8K + 3 < 100 \Rightarrow K \leq 12$$

$$Y_{max} = 99$$

مجموع ارقام: ۱۸



سوال ۳ :

روی خط $۱۲X + ۷Y = ۱۳۷۹$ ، چند نقطه وجود دارد که مختصات اعداد آن اعداد طبیعی باشد؟

۱۸(۱)

۲۰(۲)

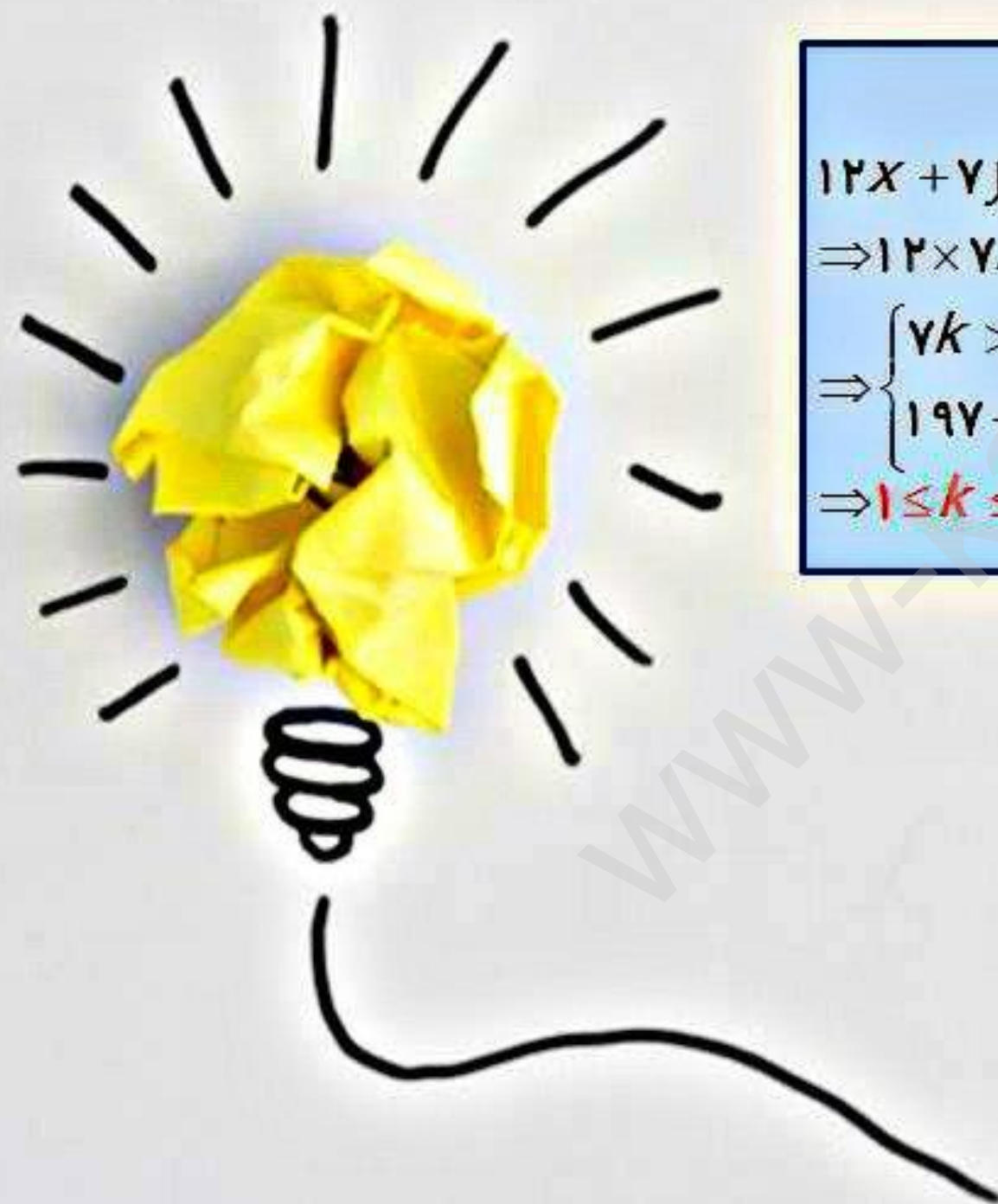
۱۴(۳)

۱۶(۴)

آزمون قلم چی سال ۹۷



پاسخ : گزینه ۴



$$\begin{aligned} 12X + 7Y &= 1379 \Rightarrow 12X \equiv 1379 \pmod{7} \Rightarrow X \equiv 0 \pmod{7} \Rightarrow X = 7k \\ \Rightarrow 12 \times 7k + 7Y &= 1379 \Rightarrow Y = 197 - 12k \\ \Rightarrow \begin{cases} 7k > 0 \Rightarrow k \geq 1 \\ 197 - 12k > 0 \Rightarrow 12k < 197 \Rightarrow k \leq 16 \end{cases} \\ \Rightarrow 1 \leq k \leq 16 \end{aligned}$$

در نتیجه ۱۶ نقطه با
مختصات طبیعی
روی این خط وجود دارد.

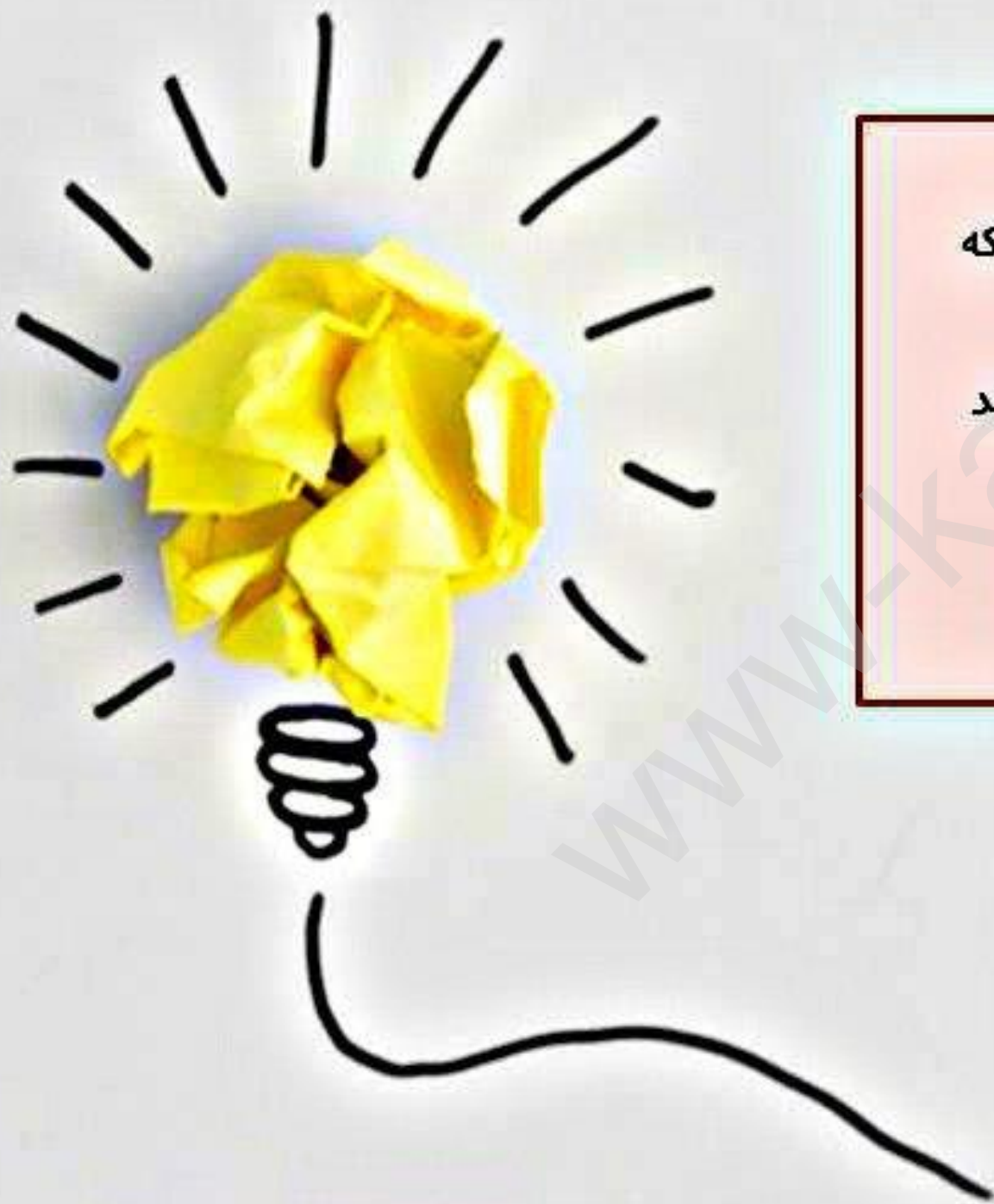


تذکر:

همانند معادله هم نهشتی ، شرط لازم و کافی برای آنکه

معادله سیاله $ax + by = c$ دارای جواب باشد

آن است که ، $(a, b) | c$





سوال ۴ :

معادله $5x + 10y + n = n^2$ ، به ازای چند مقدار n از مجموعه $A = \{1, 2, 3, \dots, 100\}$ در $\mathbb{Z}$ دارای

جواب است؟

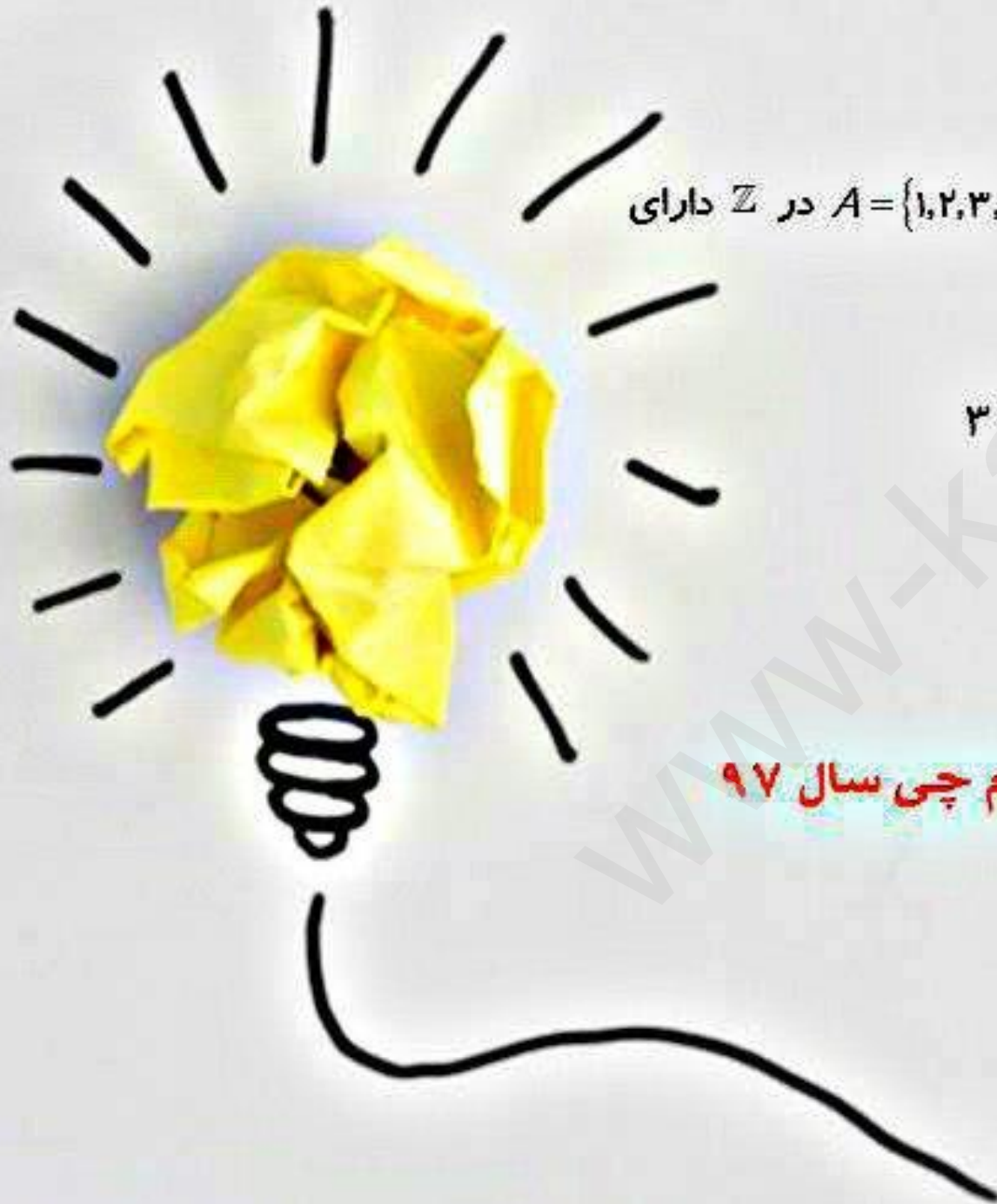
۶۰ (۱)

۵۰ (۲)

۴۰ (۳)

۳۰ (۴)

آزمون قلم چی سال ۹۷



پاسخ : گزینه ۱



$$5x + 1 \cdot y = n^r - n$$

$$(5, 1 \cdot) = 5 \mid n^r - n \Rightarrow 5 \mid n(n-1)(n+1)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} n \equiv 0 \pmod{5} \Rightarrow n = 5k \\ n-1 \equiv 0 \pmod{5} \Rightarrow n \equiv 1 \pmod{5} \Rightarrow n = 5k + 1 \\ n+1 \equiv 0 \pmod{5} \Rightarrow n \equiv -1 \pmod{5} \Rightarrow n = 5k + 4 \end{cases}$$

برای هر یک از این سه حالت
۲۰ عدد در A وجود دارد؛
پس در مجموع برای ۶۰ مقدار
دارای جواب است.



سوال ۵ :

اگر $357x + 629y = (357, 629)$ ، کوچکترین عدد مثبت $x + y$ کدام است؟

۱۳(۴)

۱۲(۳)

۱۱(۲)

۱۰(۱)

سراسری - ۹۵





سوال ۶ :

اگر $(221, 357) = 221x + 357y$ باشد، تعداد اعداد طبیعی دو رقمی x کدام است؟

۴ (۱)

۵ (۲)

۶ (۳)

۷ (۴)

سراسری - ۹۰



