

ریاضی



دنباله حسابی :

دنباله ای که در آن اختلاف هر دو جمله متوالی عددی ثابت (قدر نسبت d) می باشد .

$$4, 7, 10, 13, 16, \dots \rightarrow d = 3, a_1 = 4$$

$\underbrace{4, 7, 10}_{3 \quad 3 \quad 3}$

$$a_1, \underbrace{a_1 + d}_{a_2}, \underbrace{a_1 + 2d}_{a_3}, \dots, \underbrace{a_1 + (n-1)d}_{a_n}$$

جمله عمومی $a_n = a_1 + (n-1)d$

قدر نسبت $d = \frac{a_m - a_n}{m - n}$

واسطه حسابی $a, b, c \Rightarrow 2b = a + c$ سه جمله متوالی دنباله حسابی

$$4, 8, 12, 16, \dots \rightarrow d > 0 \quad \text{صعودی}$$

$$5, 3, 1, -1, \dots \rightarrow d < 0 \quad \text{نزولی}$$

$$3, 3, 3, \dots \rightarrow d = 0 \quad \text{ثابت}$$

دنباله حسابی

هرگاه خواستیم سه جمله متوالی در یک دنباله حسابی را فرض کنیم : $a-d, a, a+d$

درج k واسطه بین a و b $a, \dots, b \Rightarrow d = \frac{b-a}{k+1}$

$\underbrace{a, \dots, b}_{k \text{ واسطه}}$

ریاضی



نکته ۱: $m + n = r + s \Rightarrow a_m + a_n = a_r + a_s$

Exp! $\rightarrow 2 + 3 = 4 + 1 \Rightarrow a_2 + a_3 = a_4 + a_1$

نکته ۲: $m + n = 2r \Rightarrow a_m + a_n = 2a_r$

نکته ۳: $m + n + s = 3r \Rightarrow a_m + a_n + a_s = 3a_r$

اگر تمام جملات دنباله ی حسابی با عددی جمع و تفریق کنیم، قدر نسبت دنباله تغییری نمی کند.

اگر همه جملات را در k ضرب یا بر آن تقسیم کنیم، قدر نسبت نیز در عدد k ضرب یا تقسیم می شود.

$$d \pm k \leftarrow \text{به جمله } n \text{ ام } \pm (n-1)k \text{ جمله } n \text{ ام}$$

$$a_n \pm k \leftarrow \text{جمله } n \text{ ام } \pm k$$

جمله وسط در دنباله حسابی: $\frac{a_1 + a_n}{2}$ **جمله وسط**

تعداد جملات یک دنباله ی حسابی: $n = \frac{a_n - a_1}{d} + 1$

(همان فرمول جمله ی عمومی است!)



مجموع جملات یک دنباله حسابی :

$$S_n = \frac{n}{2} [2a_1 + (n-1)d] = \frac{n}{2} [a_1 + a_n]$$

$$S_{\text{زوج}} - S_{\text{فرد}} = \frac{n}{2} d$$

مجموع جملات زوج

مجموع جملات فرد

Exp! در دو دنباله حسابی به صورت $[2...7...12...]$ و $[1...4...9...16...]$ چند جمله مشترک کوچکتر

(مشابه خارج ۹۴)

از ۱۰۰ دارند؟

۱۰ (۴)

۷ (۳)

۶ (۲)

۱۱ (۱)

$a_n : 2, 7, 12, \boxed{17}, \dots \rightarrow d_1 = 5$

$b_n : 1, 4, 7, \boxed{10}, \dots \rightarrow d_2 = 3$

Ans

اولین جمله دنباله مشترک ۱۷ و قدر نسبت که ۵ و ۳

$$a_n : a_1 + (n-1)d = 17 + (n-1)5 = 5n + 12$$

$$a_n < 100 \rightarrow 5n + 12 < 100 \rightarrow 5n < 88 \rightarrow n < 17.6 \rightarrow n = 17$$

۶ جمله کوچکتر از ۱۰۰ در این دنباله وجود دارد

ریاضی



معادله درجه دوم :

۱- تجزیه $x^2 + ax + b = 0 \Rightarrow (x + \Delta)(x + \square) = 0$

$\Delta + \square = a$, $\Delta \cdot \square = b$

$x^2 - 8x + 12 = 0 \rightarrow (x - 6)(x - 2) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 6 \\ x = 2 \end{cases}$

۲- روش ریشه گیری

$x^2 = a \rightarrow \begin{cases} x = \sqrt{a} \\ x = -\sqrt{a} \end{cases} \quad x^2 = 25 \rightarrow x = \pm 5$

$y = ax^2 + bx + c = 0$

۳- روش کلی (Δ)

$\Delta = b^2 - 4ac \quad \begin{cases} x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \\ x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \end{cases}$

ریاضی



معادله درجه دوم :

$$x^2 \pm bx = \left(x \pm \frac{b}{2}\right)^2 - \frac{b^2}{4}$$

۴- مربع کامل :

$$3x^2 + 2x - 1 = 0 \rightarrow x^2 + \frac{2}{3}x = \frac{1}{3}$$

$$\left(x + \frac{1}{3}\right)^2 - \frac{1}{9} = \frac{1}{3} \rightarrow \left(x + \frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{3} + \frac{1}{9} = \frac{4}{9}$$

$$\left(x + \frac{1}{3}\right)^2 = \frac{4}{9} \rightarrow \begin{cases} x + \frac{1}{3} = \frac{2}{3} \rightarrow x = \frac{1}{3} \\ x + \frac{1}{3} = -\frac{2}{3} \rightarrow x = -1 \end{cases}$$

$$y = ax^2 + bx + c$$

۵- حالت خاص :

$$a + b + c = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -\frac{c}{a} \end{cases}$$

$$a + c = b \rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = -\frac{c}{a} \end{cases}$$

ریاضی



Exp! $\rightarrow 3x^2 - 5x - 8 = 0 \rightarrow 3 + (-8) = -5 \rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = \frac{8}{3} \end{cases}$

$4x^2 - 5x + 1 = 0 \rightarrow 4 + (-5) + 1 = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{1}{4} \end{cases}$

$5x^2 - 7x + 2 = 0 \rightarrow 5 + (-7) + 2 = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{2}{5} \end{cases}$

Exp! در معادله $x^2 - 20x - 51 = 0$ نصف مجموع ریشه ها کدام ویژگی زیر را دارد؟

(۱) مضرب ۵ (۲) مضرب ۳ (۳) مضرب ۷ (۴) عدد اول

Ans $x^2 - 20x - 51 = 0 \xrightarrow{\text{روش تجزیه}} (x - 17)(x - 3) = 0$

$\begin{cases} x - 17 = 0 \rightarrow x = 17 \\ x - 3 = 0 \rightarrow x = 3 \end{cases} \rightarrow 17 + 3 = 20$ نصف مجموع ریشه ها ۲۰ مضرب ۵ است.